

NORMAS DE LA PRUEBA

El jurado evaluará y puntuará el ejercicio que proporcione la solución correcta o que a su criterio más se acerque a la misma.

En caso de igualdad de puntos entre dos o más equipos, ganará el que haya entregado en el menor tiempo.

Los equipos deberán afrontar la resolución del problema con el criterio que crean oportuno. Cuando el equipo considere que el problema está resuelto, éste levantará la mano para entregarlo y el jurado tomará nota del tiempo de entrega.

Recuerde que el tiempo de entrega puede ser esencial para ganar el concurso.

Se dispone de un máximo de 2,5 horas para la resolución del problema.

Para su resolución se podrá usar una calculadora científica.

No se admiten preguntas.

¡Suerte!

PROBLEMA TÉCNICO

La Agencia Espacial Europea está desarrollando una misión espacial para recoger muestras de la superficie de un asteroide y traerlas a la Tierra. Se trata de una misión compleja en la que los ingenieros tienen que analizar numerosas alternativas hasta encontrar la mejor solución. A continuación se proponen versiones simplificadas de algunos de los problemas típicos a los que se enfrentan.

1) Los encargados de diseñar la sonda espacial están analizando dos configuraciones alternativas para la sonda que permitan minimizar la masa de lanzamiento, lo cual es esencial para minimizar los costes de la misión. La primera opción (Configuración A) consiste en un único satélite para realizar toda la misión; en la segunda (Configuración B), la sonda está compuesta de dos módulos que pueden separarse, de manera que sólo uno de ellos regresa a la Tierra desde el asteroide. Se pide **identificar la configuración de mínima masa**, teniendo en cuenta los siguientes datos:

- La masa de la cápsula que contiene las muestras que se recogen en el asteroide es $m_{cap} = 100$ kg, siendo la masa de dichas muestras despreciable para los cálculos del problema.
- La masa conjunta de los distintos sensores e instrumentos científicos y del brazo robótico destinado a recoger las muestras es $m_{PL} = 300$ kg.
- La masa conjunta de los distintos subsistemas de la sonda (excepto el de propulsión) es $m_{SS} = 500$ kg.
- El subsistema de propulsión está formado por los motores, los tanques de combustible, y el sistema de distribución del combustible. La masa del subsistema de propulsión se puede estimar considerando una masa fija ($m_{eng} = 50$ kg) y una masa variable (los tanques) que depende de la masa de combustible ($m_{tan} = 0.15 \times m_{prop}$, donde m_{prop} es la masa de combustible).
- El combustible necesario para los distintos tramos de la misión puede calcularse a partir de la ecuación del cohete, que relaciona la masa de combustible con el cambio que los motores producen en la velocidad del satélite (ΔV):

$$\ln \frac{m_0}{m} = \frac{\Delta V}{I_{sp} \cdot g}$$

donde m_0 es la masa inicial del satélite y m es la masa final (es decir, la masa del satélite después de haber consumido el combustible necesario para impartir un cambio de velocidad de valor ΔV). $I_{sp} = 300$ s es el impulso específico (una característica de los motores) y g es la aceleración de la gravedad (tomar $g=9.8\text{m/s}^2$).

- El ΔV necesario para llegar de la Tierra al asteroide (ΔV_i) es de 1 km/s. El ΔV para la trayectoria de regreso (ΔV_v) es 0.5 km/s.
- En la Configuración B, los distintos sensores e instrumentos científicos, el brazo robótico y los tanques de combustible necesarios para la trayectoria de ida se separan antes de iniciar el regreso a la Tierra. El mecanismo necesario para separar ese módulo implica una masa adicional $m_{sep} = 25$ kg. Dicho mecanismo se abandona también y no regresa a la Tierra.

2) Para diseñar el subsistema de telecomunicaciones de la sonda, los ingenieros están analizando las necesidades de transmisión de datos y la geometría de la misión. Por simplicidad, asumimos que el asteroide se encuentra en una órbita circular de período $P_{ast} = 600$ días, que la órbita de la Tierra es circular, y que ambas órbitas son coplanarias, tal y como se muestra en la Figura 1. La velocidad orbital v_c en una órbita circular es

$$v_c = \sqrt{\frac{\mu}{r}}$$

donde μ es la constante gravitacional del Sol, $\mu = 1.3271244 \cdot 10^{11}$ km^3/s^2 , y r es el radio de la órbita.

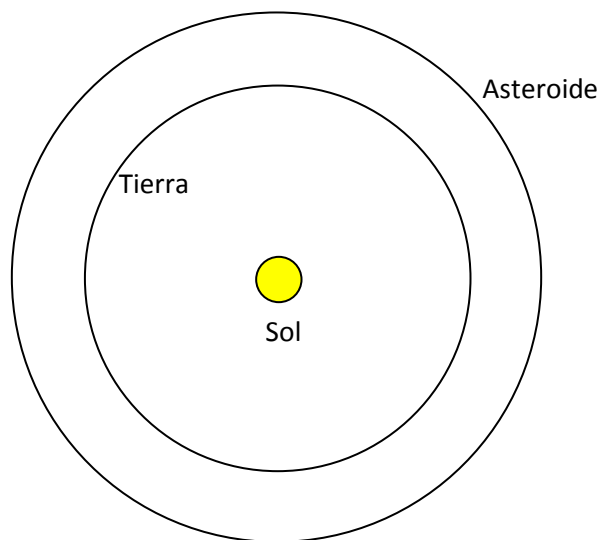


Figura 1. Órbitas heliocéntricas del asteroide y de la Tierra.

Debido a las pérdidas por la gran distancia que tiene que recorrer la señal, se va a instalar una antena de alta ganancia en la sonda, con un mecanismo que permita apuntarla a la Tierra para transmitir los datos recogidos por los instrumentos. En la configuración propuesta (véase Figura 2), la orientación de la sonda es la siguiente:

- La cara A apunta hacia el Sol
- El eje Z se mantiene perpendicular al plano de la Eclíptica (el plano de las órbitas de la Tierra y del asteroide alrededor del Sol)

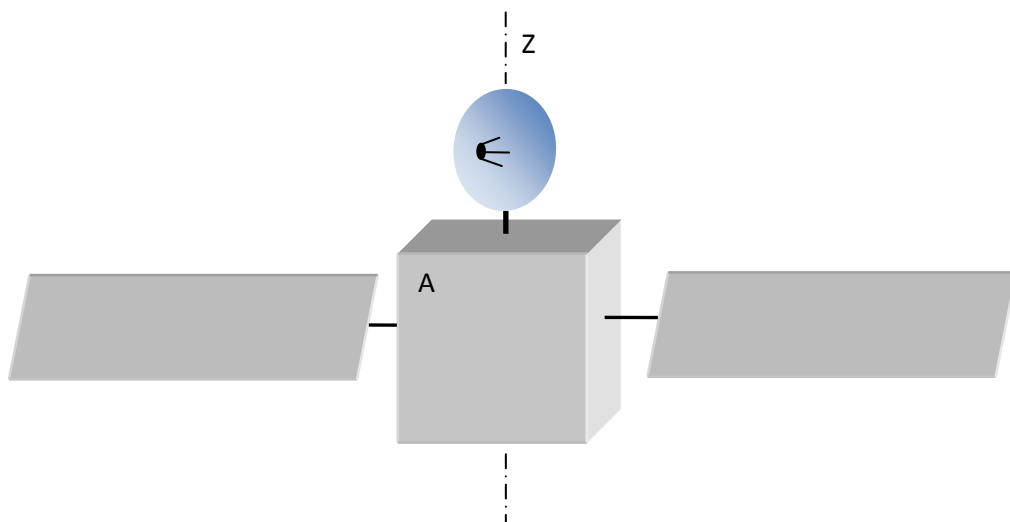


Figura 2. Orientación nominal del satélite. La cara A apunta hacia el Sol. La antena puede girar alrededor del eje Z, que es perpendicular al plano de la Eclíptica.

El subsistema de comunicaciones se ha diseñado para asegurar la transmisión de datos hacia la Tierra a una velocidad mínima de 30kbits/s durante toda la fase científica de la misión (es decir, mientras la sonda está en órbita alrededor del asteroide), que durará 3 años.

SE PIDE:

- 1.1) Calcular el ángulo máximo de giro de la antena alrededor del eje Z para garantizar las comunicaciones con la Tierra durante la fase científica de la misión.
- 1.2) Calcular la frecuencia con la que se repiten las “conjunciones solares”. En una conjunción, el asteroide se encuentra justo detrás del Sol según se ve desde la Tierra. Esa circunstancia puede complicar las comunicaciones cuando la sonda esté en órbita alrededor del asteroide.
- 1.3) Calcular la tasa de bits (bit rate) máxima que podría utilizarse a lo largo de la fase científica de la misión de forma que se asegure siempre el mismo BER (Bit Error Rate). Téngase en cuenta que, para un sistema de comunicaciones dado, el BER depende exclusivamente de la relación entre la energía por bit y la densidad espectral de potencia de ruido (E_b/N_0), y que E_b/N_0 es directamente proporcional a la relación señal/ruido e inversamente proporcional a la tasa de bits.