

Solución Problema Técnico BEST-GMV

1 Título

Sujeción de un peso mediante una cuerda enrollada

2 Solución

1. Sí, es viable.

2.a La tensión de la cuerda decrece de modo exponencial debido al rozamiento con la viga, hasta un máximo que viene determinado por el coeficiente de rozamiento estático:

$$T(\theta) = T(0) \exp\{\mu\theta\} \quad (\text{ec.1})$$

donde:

- $T(0)$ es la tensión de la cuerda justo antes de entrar en contacto con la viga.
- $T(\theta)$ es la tensión máxima en función del ángulo acumulado en contacto con la viga.
- θ es el ángulo acumulado en contacto con la viga.
- μ es el coeficiente de rozamiento estático

Lo máximo que podrá aguantar la niña es su propio peso, por lo que $T(0) = mg$, donde g es la aceleración de la gravedad, y m es la masa de la niña.

El ángulo ha de ser tal que cuando la cuerda deje de estar en contacto con la viga se corresponda con el peso del objeto, $T(0) = Mg$, donde M es la masa del objeto.

Despejando:

$$\theta = \frac{1}{\mu} \ln \frac{M}{m} \quad (\text{ec.2})$$

Con los valores del ejercicio el ángulo mínimo es 11,51 radianes, o lo que es lo mismo 1,83 vueltas. Por lo tanto, hay que dar dos vueltas alrededor de cualquiera de las vigas (es decir, 2 vueltas más media vuelta dictada por la geometría del problema). En realidad, la niña tendrá que aplicar una fuerza equivalente al 43% del peso de su masa corporal.

El resultado es independiente de la viga escogida.

3 Demostración de la ec. 1

La ecuación 1 puede demostrarse asumiendo un ángulo elemental $d\theta$ (ver siguiente figura). La fuerza normal, N , se iguala a la componente de la tensión normal a la viga, esto es $N \cong T(\theta)\sin(d\theta) \cong T(\theta)d\theta$. La fuerza de rozamiento máxima se iguala a la normal por el coeficiente de rozamiento estático. Con todo ello: $dT = T(\theta)\mu d\theta$ e integrando se llega a la ec. 1.

